

Séries chronologiques / temporelles

Master Mathématiques pour les sciences du vivant

2025-2026

Définition et motivations

Définitions

Définition

Une série chronologique ou série temporelle est une suite d'observations ordonnées dans le temps.

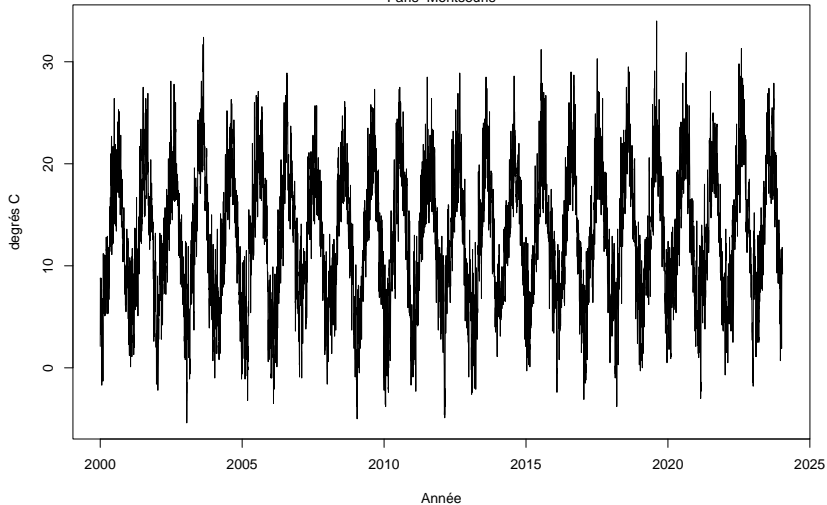
Exemples

- séries journalières
- séries hebdomadaires
- séries mensuelles
- séries trimestrielles
- séries annuelles

Exemples

Température journalière moyenne

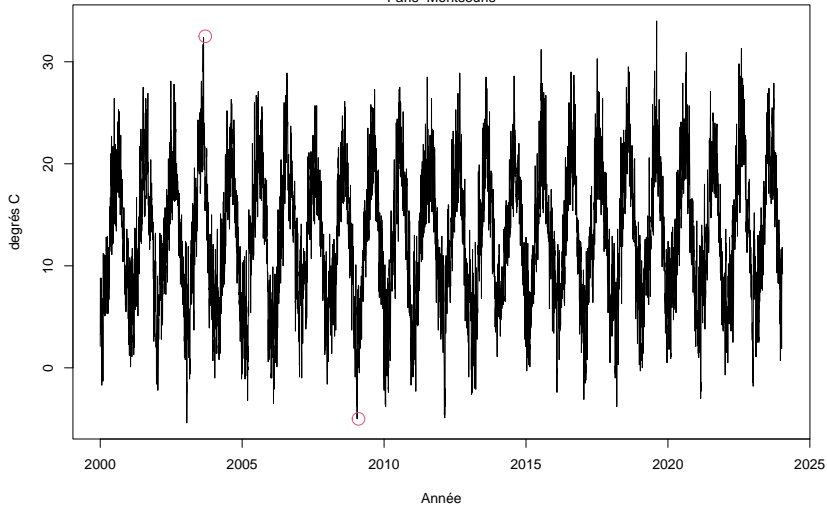
Paris–Montsouris



Exemples

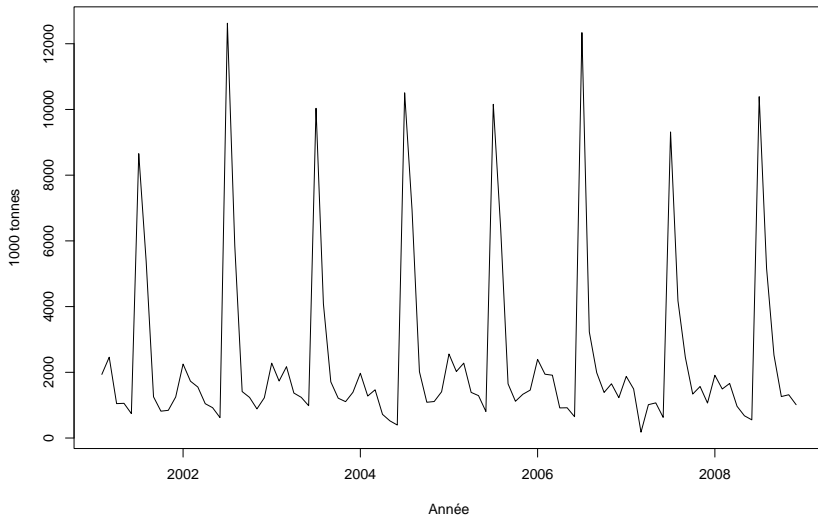
Température journalière moyenne

Paris–Montsouris



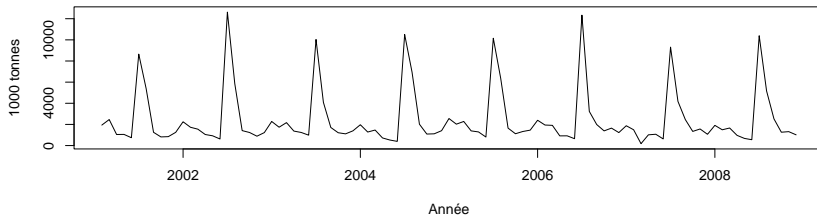
Exemples

Production blé tendre



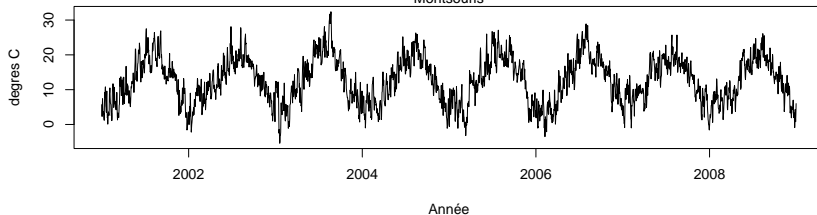
Exemples

Production blé tendre

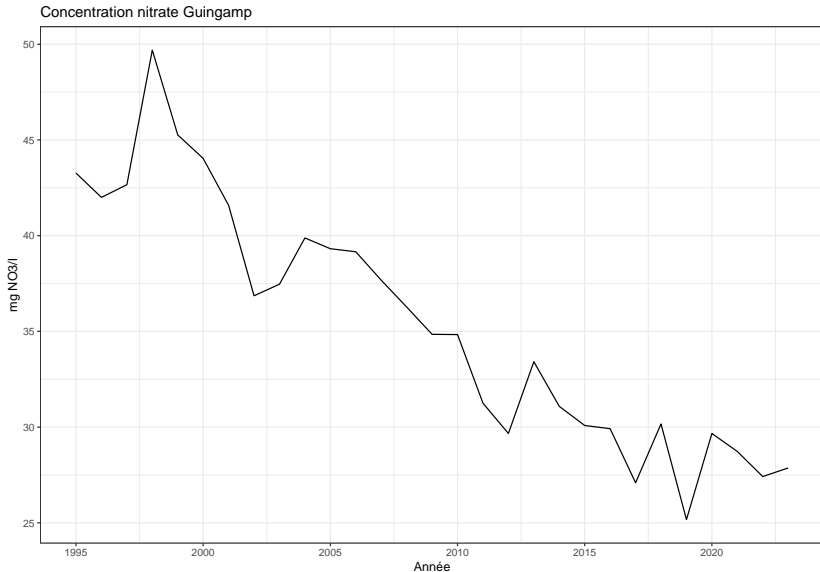


Température moyenne journalière

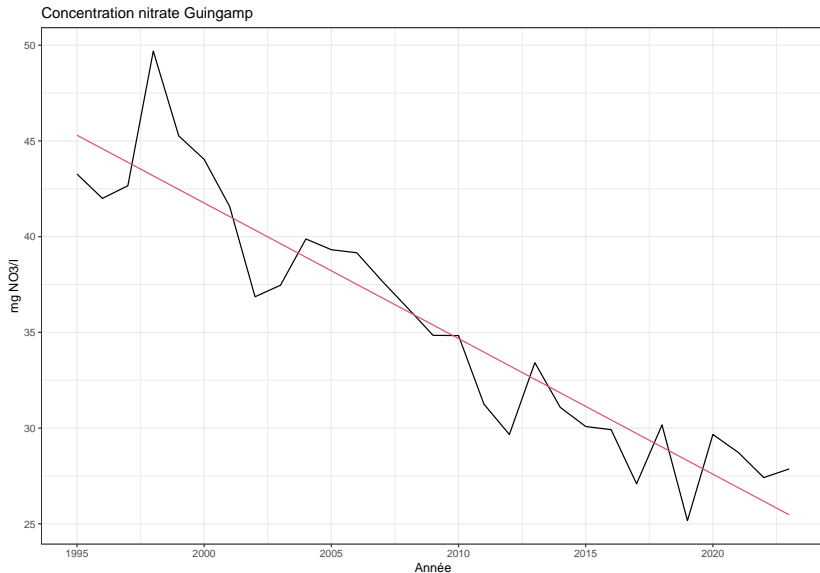
Montsouris



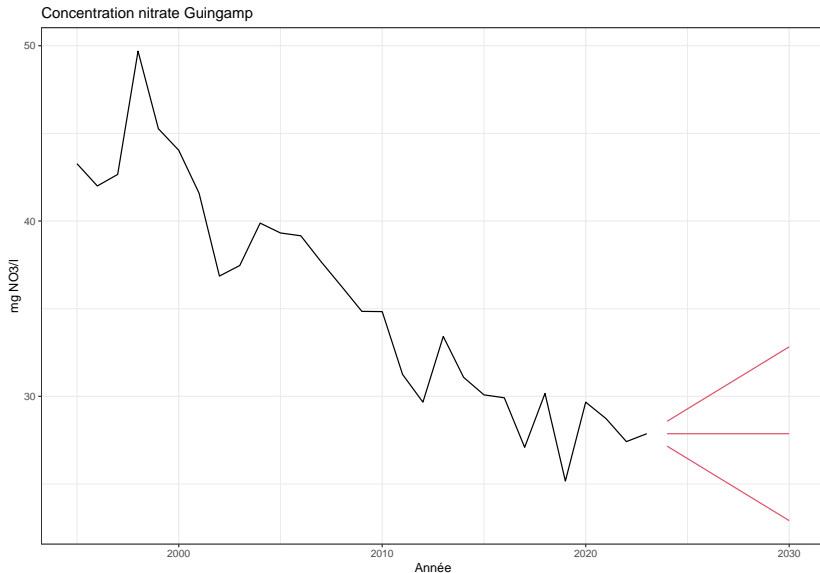
Exemples



Exemples



Exemples



Objectifs

Objectif de l'étude des séries chronologiques

- Analyser un phénomène:
 - décrire/ comprendre/ caractériser l'évolution de la série
 - repérer les évènements exceptionnels
- Prévision

Démarche

- Modélisation : définir les équations du modèle
- Estimation des paramètres du modèle
- Evaluation du modèle
- Prévision, erreurs de prévision

Décomposition et filtrage

Composantes d'une série chronologique

La **tendance** d'une série chronologique est une série chronologique de même longueur qui traduit l'évolution à long terme.

Le **cycle** d'une série chronologique est une série chronologique de même longueur qui traduit un mouvement cyclique de grande ampleur.

Les **variations saisonnières** d'une série chronologique sont les variations de la série qui sont dues à des phénomènes saisonniers.

Les **variations irrégulières** d'une série chronologique sont les variations de la série qui sont dues à des facteurs aléatoires ou des évènements conjoncturels.

Modèles sur les composantes

Modèle additif

$$Y_t = U_t + S_t + I_t$$

Modèle multiplicatif

$$Y_t = U_t * S_t * I_t$$

avec

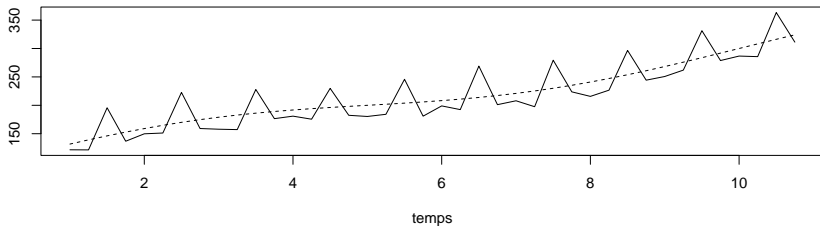
U_t : tendance

S_t : composante saisonnière

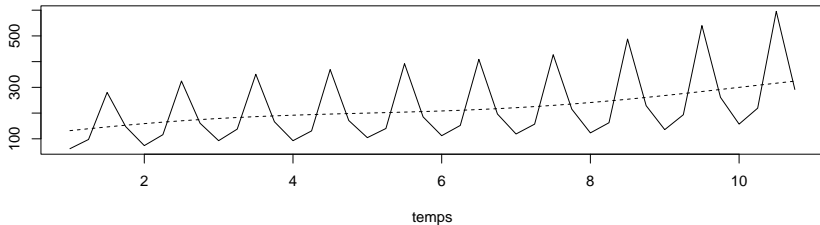
I_t : composante irrégulière

Modèles sur les composantes

Modèle additif

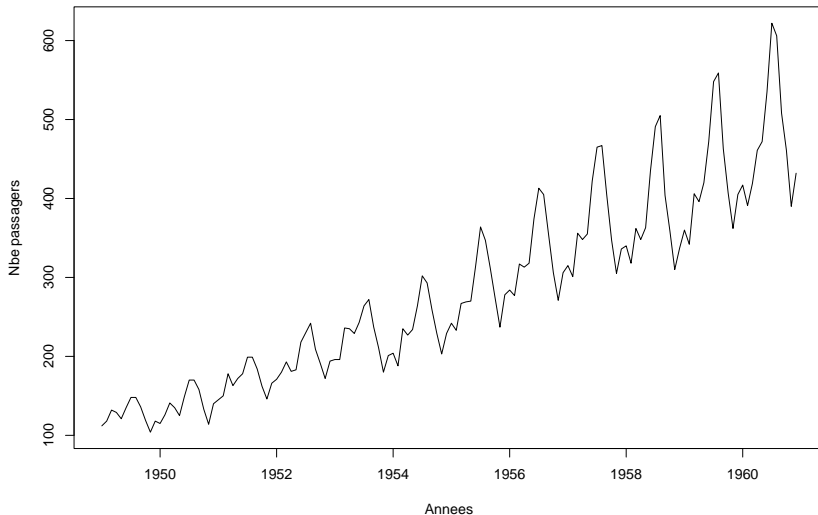


Modèle multiplicatif



Modèles sur les composantes

Trafic aérien

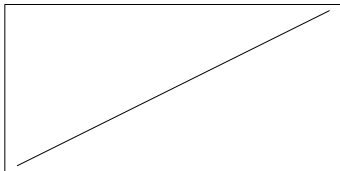


Calcul de la tendance

Fonctions prédéfinies:

linéaire

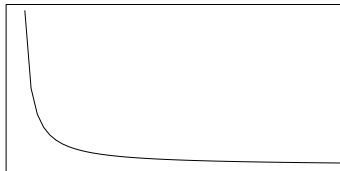
série



temps

hyperbolique

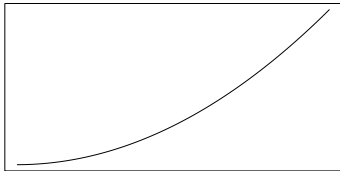
série



temps

quadratique

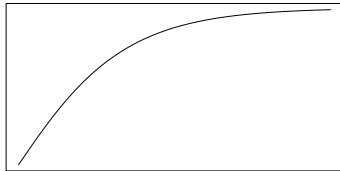
série



temps

Gompertz

série



temps

Identifier les différents paramètres par MCO.

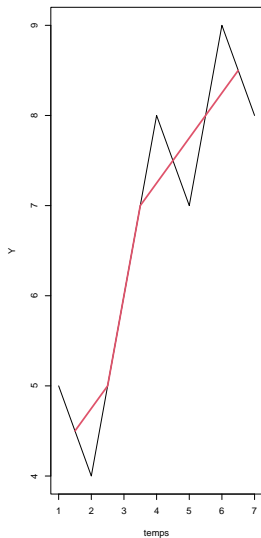
Moyennes mobiles

Exemple

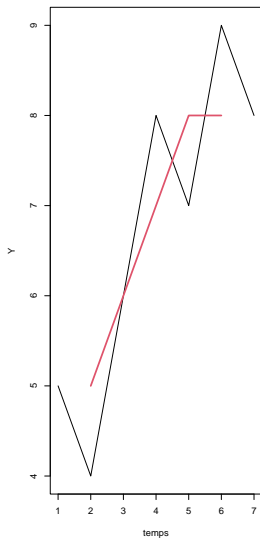
date t_i	date $\frac{t_i+t_{i+1}}{2}$	observ y_i	$MA(2)$	$MA(3)$	$MA(4)$
01-01		5			
	15-01		$\frac{5+4}{2} = 4.5$		
01-02		4		$\frac{5+4+6}{3} = 5$	
	15-02		$\frac{4+6}{2} = 5$		$\frac{5+4+6+8}{4} =$ 5.75
01-03		6		$\frac{4+6+8}{3} = 6$	
	15-03		$\frac{6+8}{2} = 7$		$\frac{4+6+8+7}{4} =$ 6.25
01-04		8		$\frac{6+8+7}{3} = 7$	
	15-04		$\frac{8+7}{2} = 7.5$		$\frac{6+8+7+9}{4} =$ 7.50
01-05		7		$\frac{8+7+9}{3} = 8$	
	15-05		$\frac{7+9}{2} = 8$		$\frac{8+7+9+8}{4} =$ 8.00
01-06		9		$\frac{7+9+8}{3} = 8$	
	15-06		$\frac{9+8}{2} = 8.5$		
01-07		8			

Moyennes mobiles

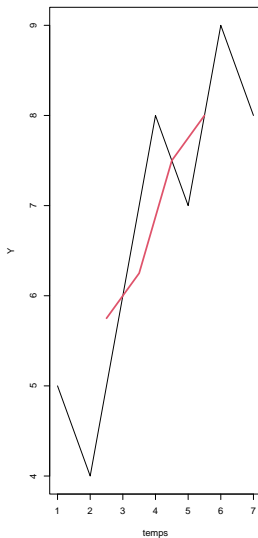
MM ordre 2



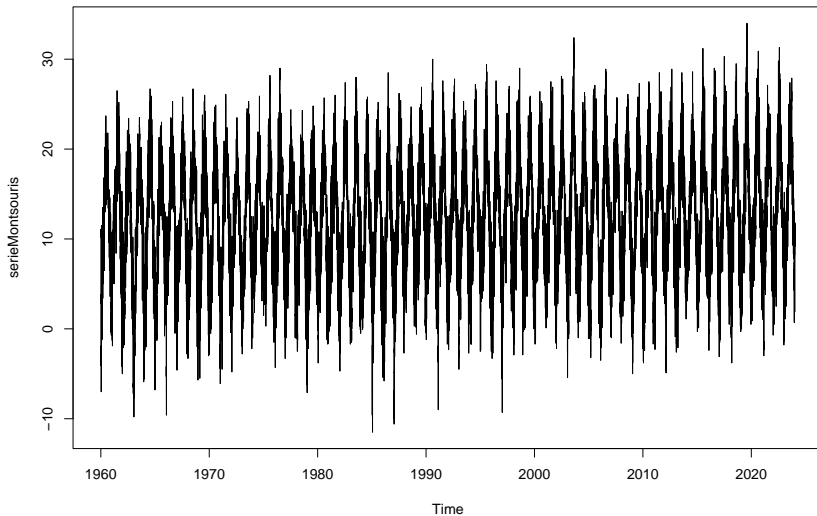
MM ordre 3



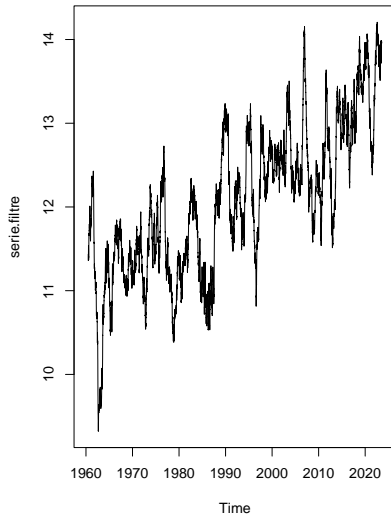
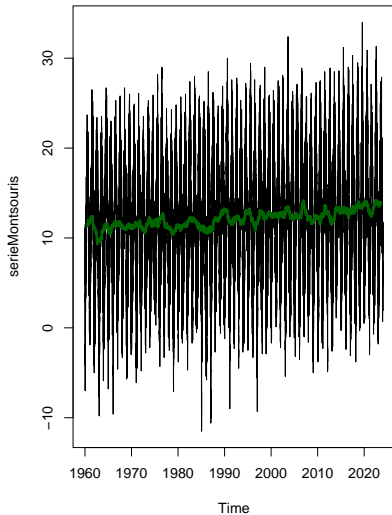
MM ordre 4



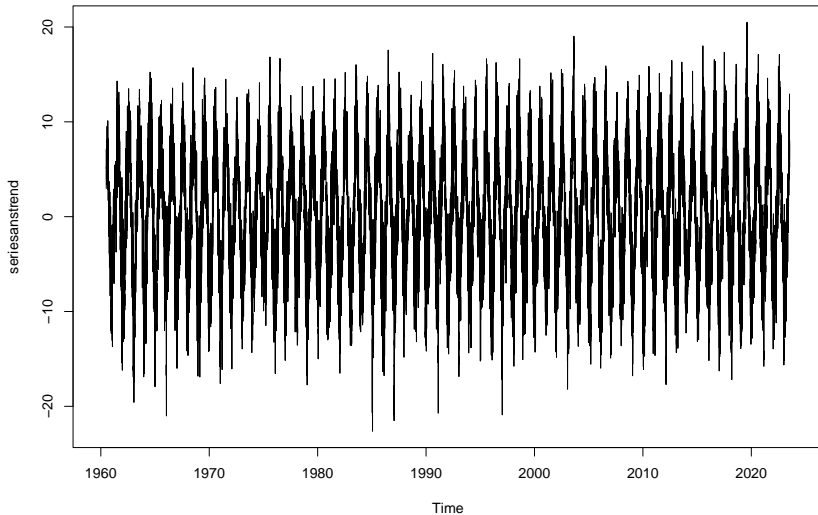
Décomposition



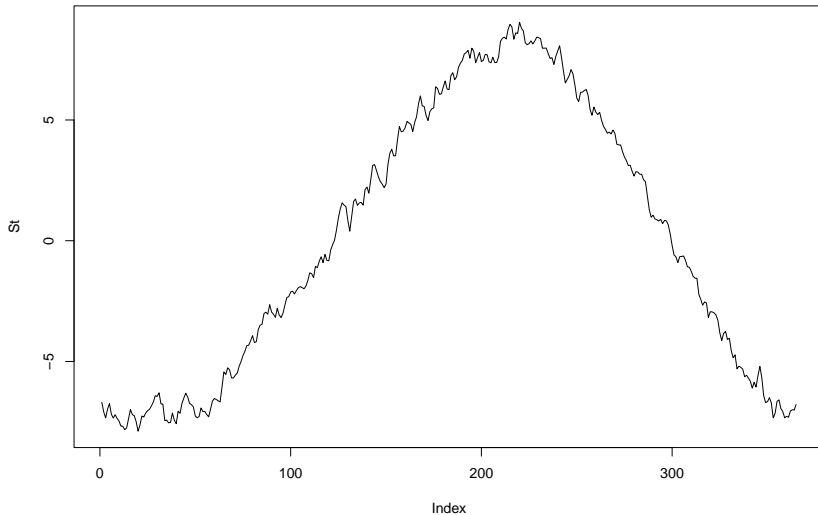
Tendance par moyenne mobile :



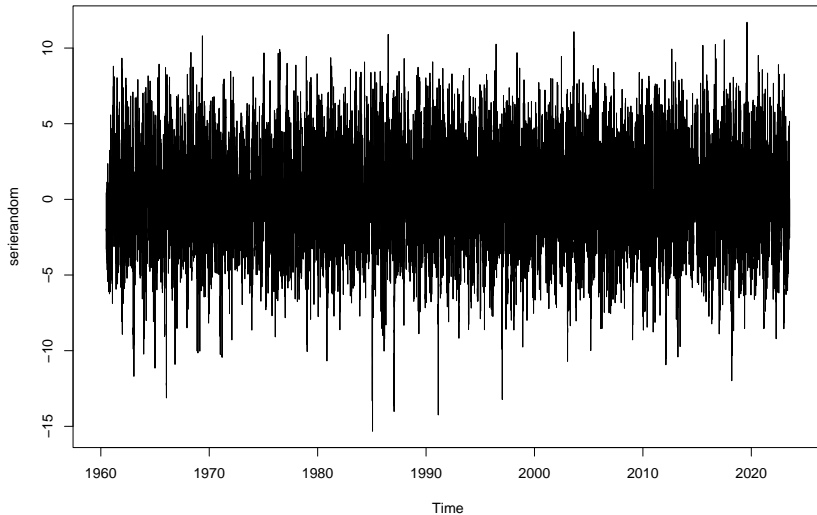
Série corrigée de la tendance



Variation saisonnière

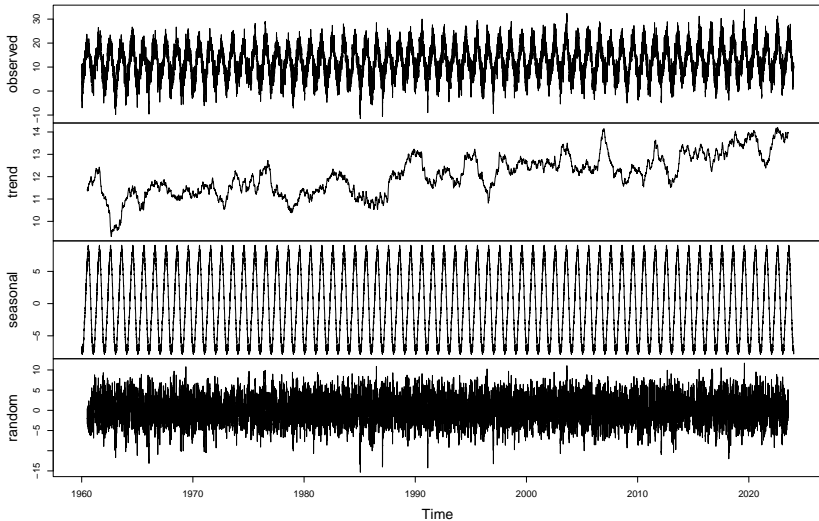


Série filtrée de la tendance et des variations saisonnières

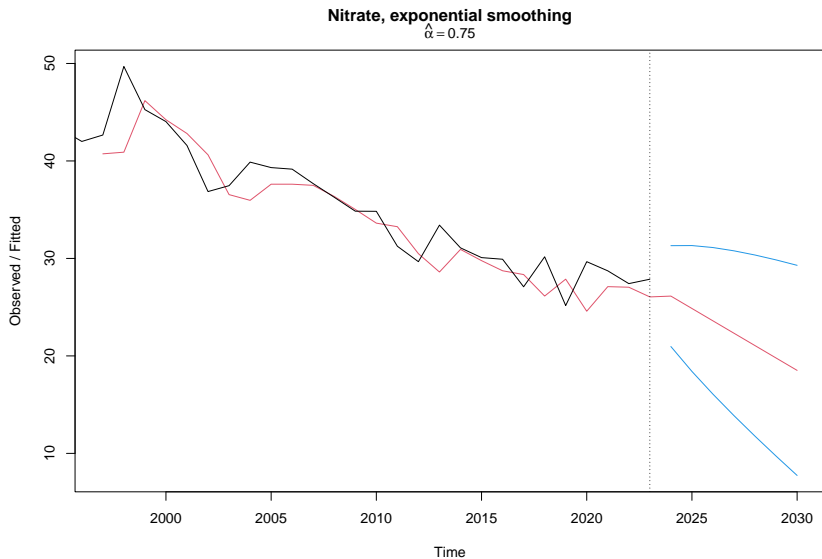


Décomposition température Montsouris

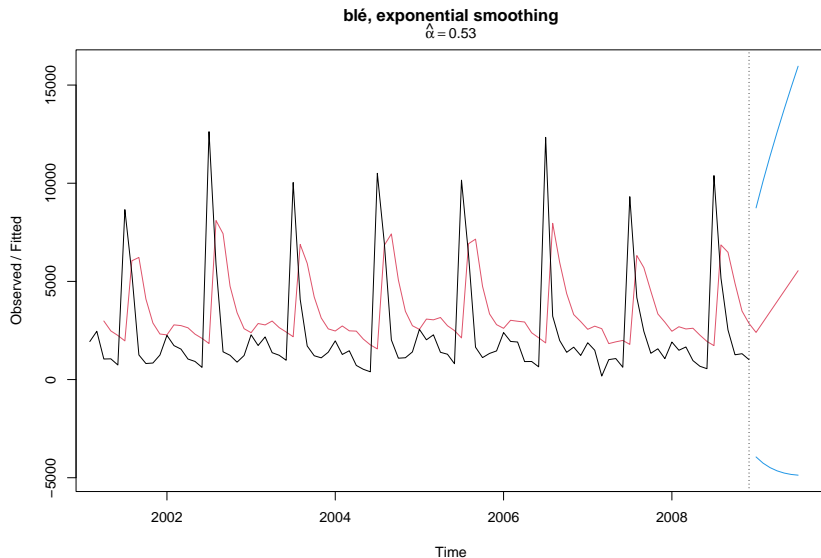
Decomposition of additive time series



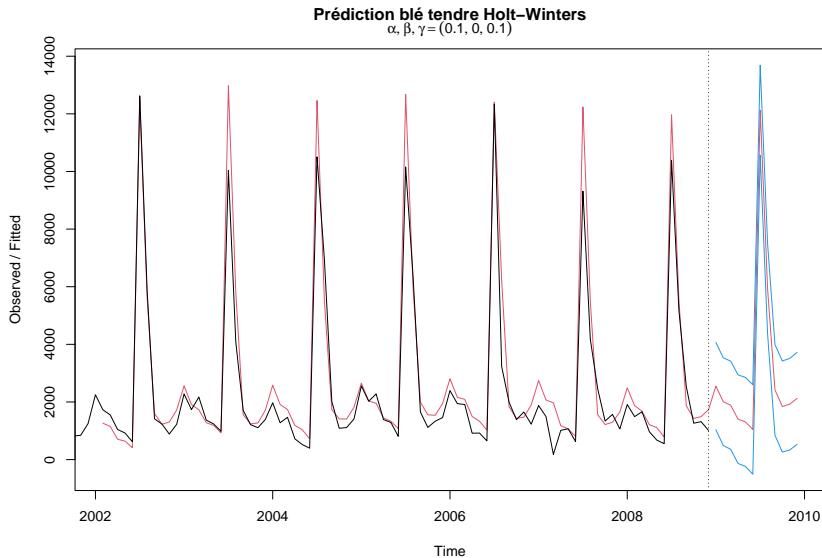
Lissage exponentiel Nitrates



Lissage exponentiel: production de blé tendre



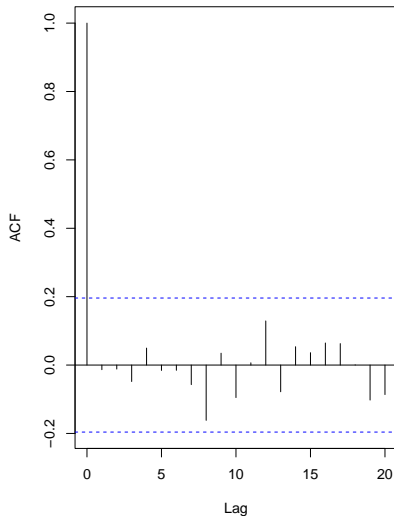
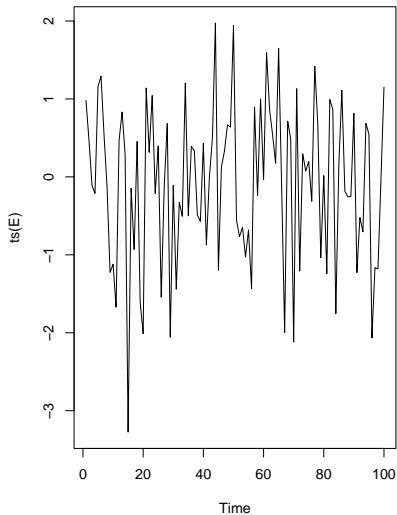
Holt Winters blé tendre



Processus stochastiques

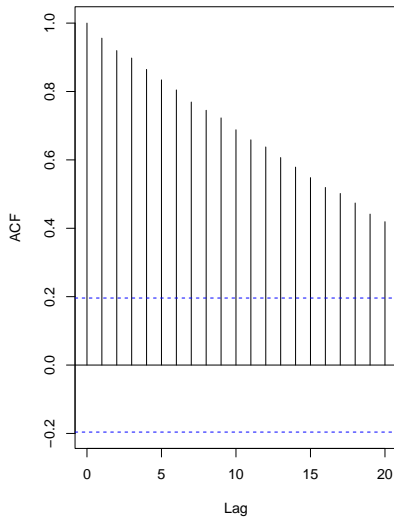
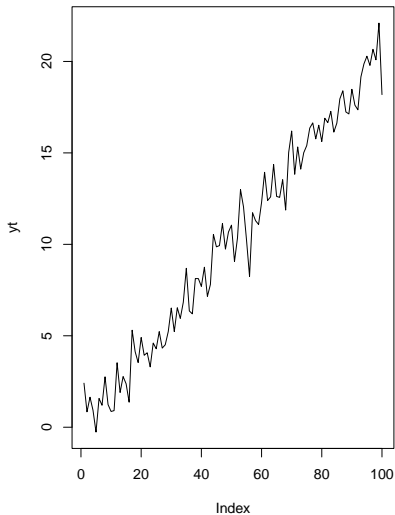
Bruit blanc

Series E



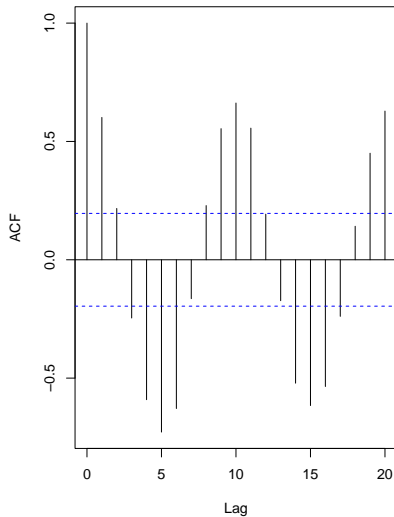
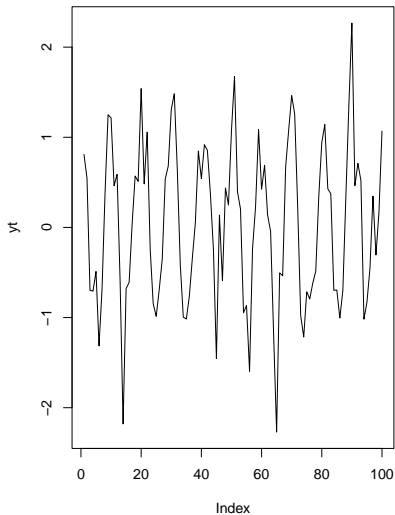
Tendance linéaire

Series yt



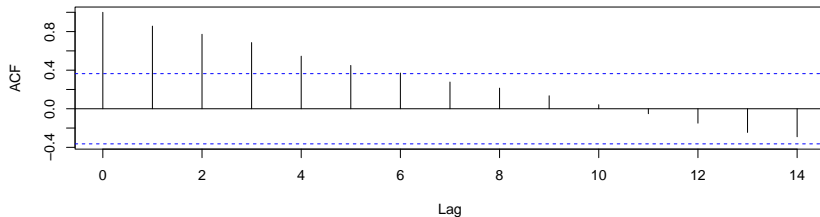
Périodicité

Series yt

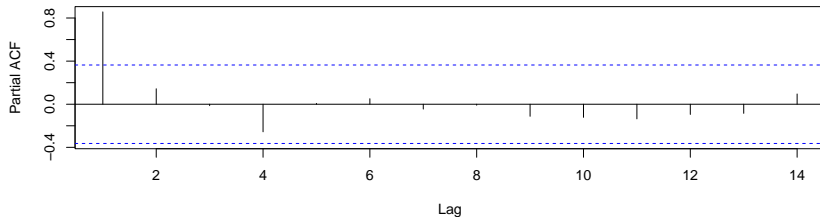


Exemple nitrates

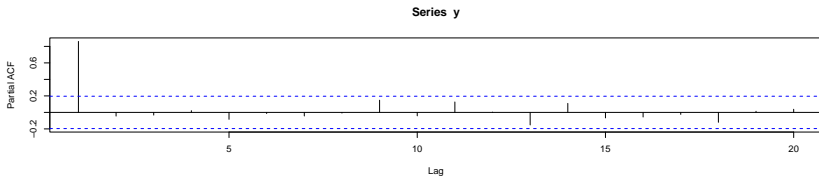
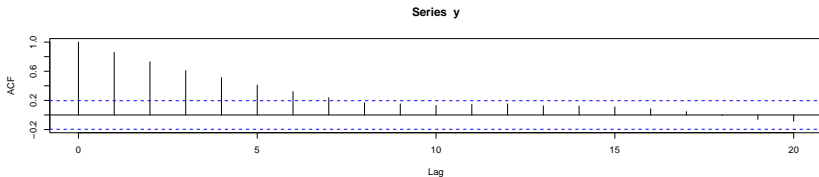
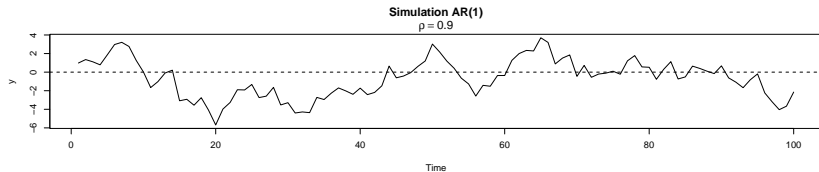
Nitrate



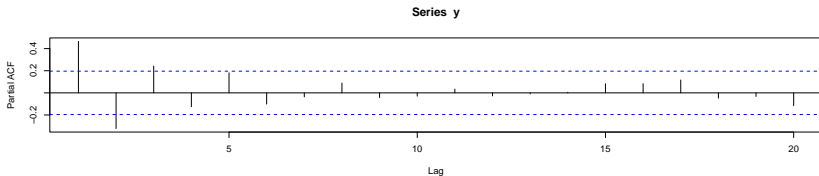
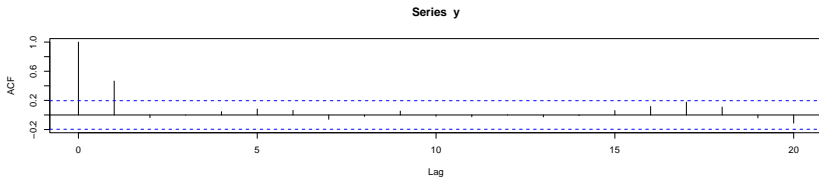
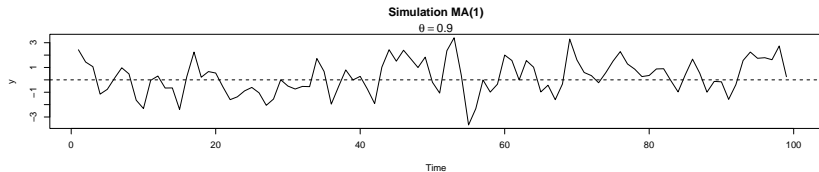
Nitrate



Simulations AR(1)

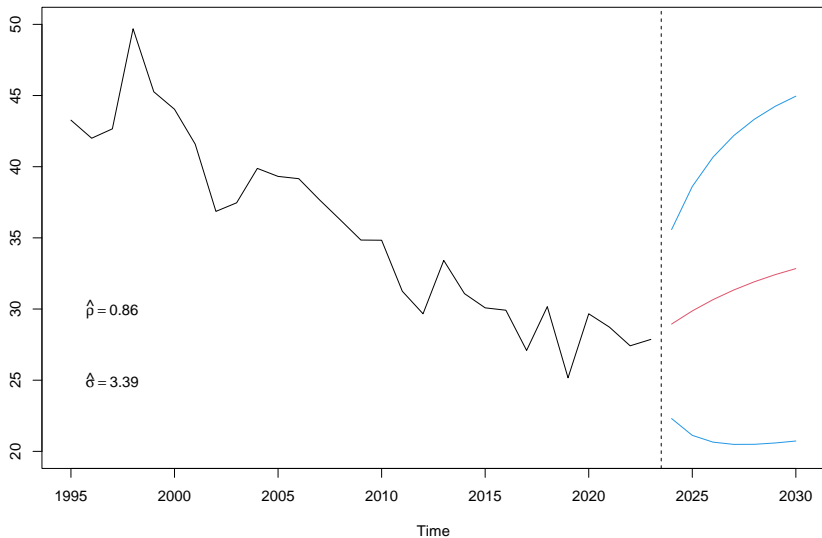


Simulation MA(1)



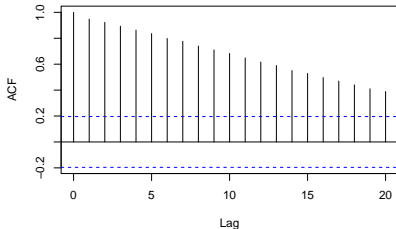
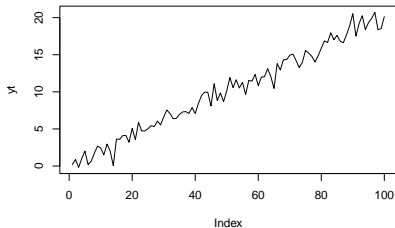
Exemple nitrates

prediction Nitrate, AR(1)

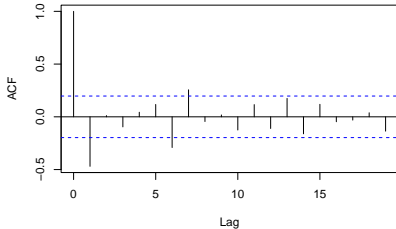
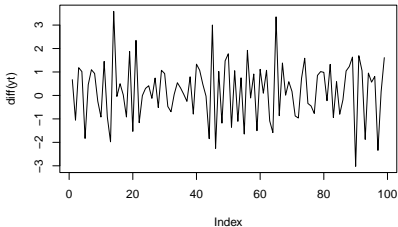


Mise en évidence du filtrage : tendance linéaire

Series yt

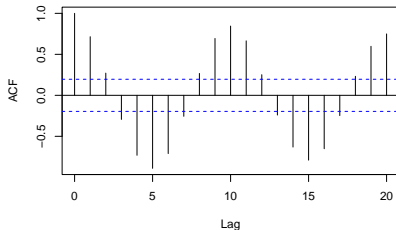
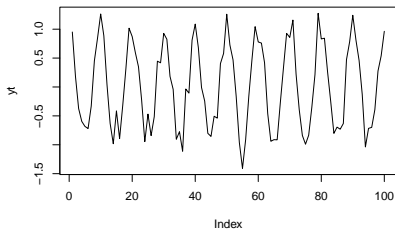


Series diff(yt)

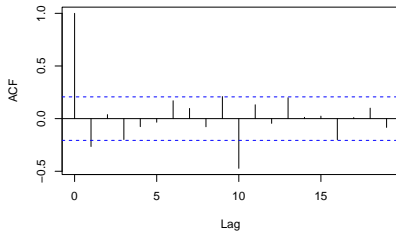
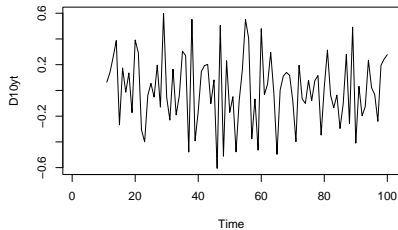


Mise en évidence du filtrage : périodicité

Series yt



Series na.omit(D10yt)



Modèles SARIMA

Prévision blé tendre modèle Sarima

