

Théorie des valeurs extrêmes

Gloria Buriticá (gloria.buritica@agroparistech.fr)

MSV



Introduction au risque

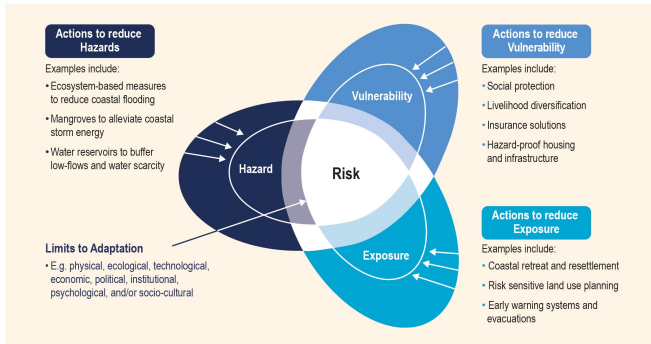


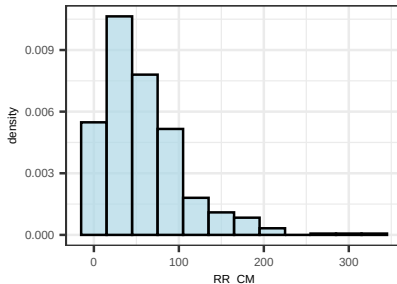
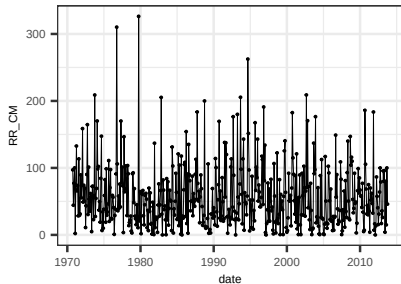
Figure 1: Le rapport de l'IPCC (The Intergovernmental Panel on Climate Change) des Nations Unies définit le risque comme l'intersection des aléas, des vulnérabilités et des expositions. Ce schéma contient un exemple des mécanismes d'action pour l'atténuation des risques. https://www.ipcc.ch/srocc/chapter/technical-summary/ts-0-introduction/ipcc-srocc-ts_4/

Hauteur maximale de précipitations mensuelles à Avignon



Hauteur maximale mensuelle de précipitations à Avignon

Hauteur maximale mensuelle de précipitations (mm) à Avignon, France, à partir d'Octobre 1970 jusqu'à Octobre 2013.



Quelle hauteur de digue construire pour qu'en moyenne elle ne soit dépassée qu'une fois tous les 100 ans ? tous les 1000 ans ?

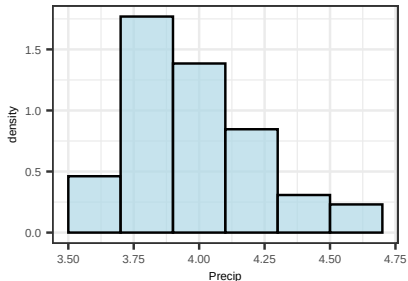
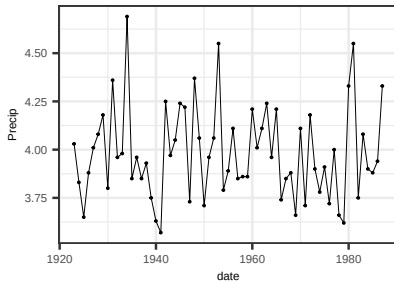
Niveaux de mer annuels à Brighton beach, Australie



Extraction des données

Niveaux de mer annuels à Portpirie, Australie à partir de 1923 jusqu'à 1987.

```
library(evd)  
data(portpirie)
```



A quelle fréquence peut-on s'attendre voir de niveaux annuels dépasser un seuil fixé ?

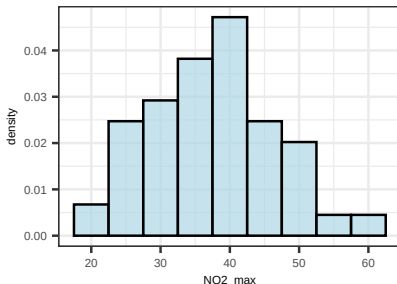
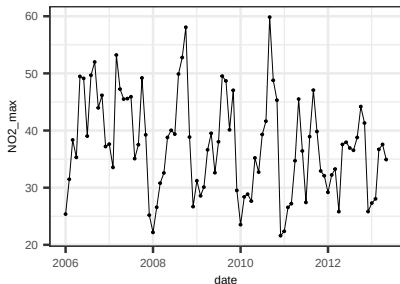
Concentration maximale des niveaux de NO_2 à Bakersfield



Extraction des données

Concentrations maximales mensuelles de niveau de NO_2 ($\mu g/m^3$) à Bakersfield, California, USA à partir de Janvier 2006 jusqu'à Mars 2016.

```
pollution = read.table('data/Bakersfield.txt', header = T)
```



A quelle fréquence peut-on s'attendre voir les concentrations de NO_2 dépasser un seuil fixé ?

Théorie de valeurs extrêmes

Objectif : Calculer le **niveau de retour** associé à la N-période :

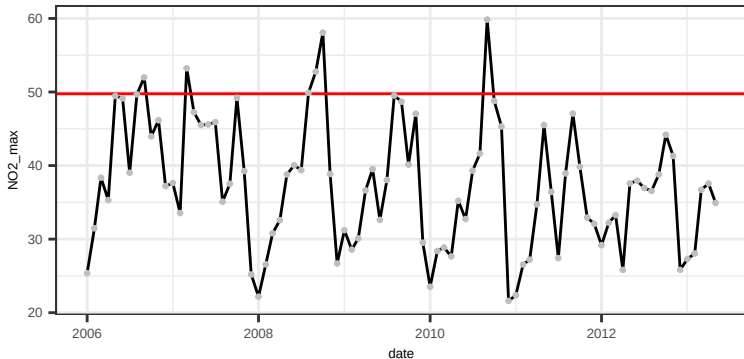
$$\mathbb{P}(\text{NOmax} > z_N) = \frac{1}{12 * N}$$

Pour des données mensuelles, le niveau de retour de la N-année est le quantile $1 - 1/(12 * N)$.

Théorie des valeurs extrêmes

Goal: Calculer le **niveau de retour** atteint en moyenne tous les ans :

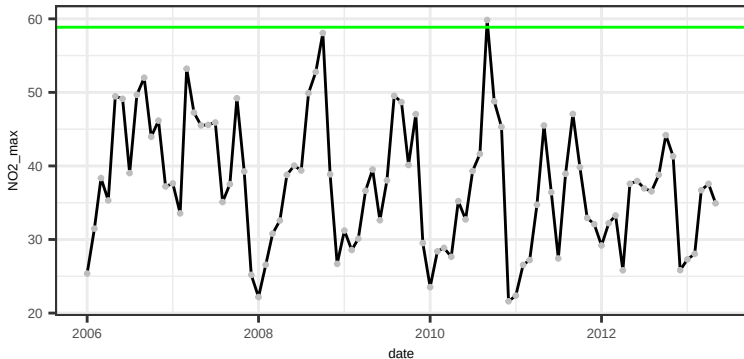
$$\mathbb{P}(\text{NOmax} > \textcolor{red}{z}) = \frac{1}{12}$$



Théorie des valeurs extrêmes

Objectif : Calculer le **niveau de retour** atteint en moyenne tous les 8 ans :

$$\mathbb{P}(\text{NOmax} > z) = \frac{1}{12 * 8}$$



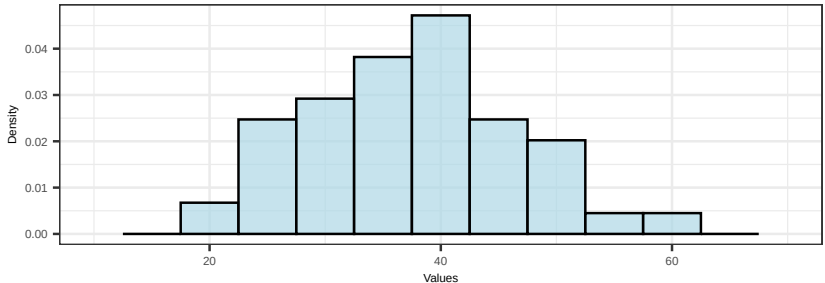
Quel est le niveau de retour associé à la période de retour de 30 ans ?

Histogramme

Objectif : Calculer le **niveau de retour** atteint en moyenne tous les N ans :

$$z_N = F^{\leftarrow} \left(1 - \frac{1}{12 * N} \right)$$

Histogram NO2max

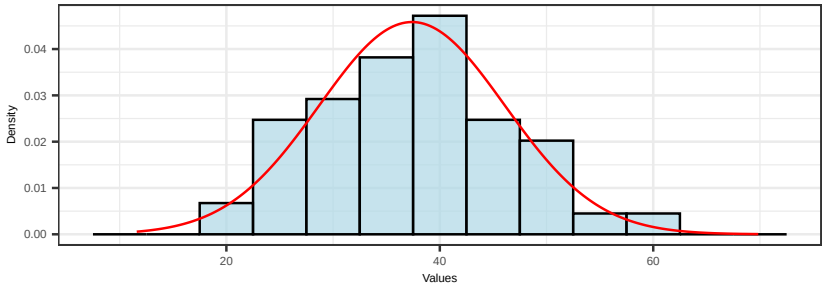


Histogramme

Goal: Calculer le **niveau de retour** atteint en moyenne tous les N ans :

$$z_N = F^{\leftarrow} \left(1 - \frac{1}{12 * N} \right)$$

Histogram of NO2_max

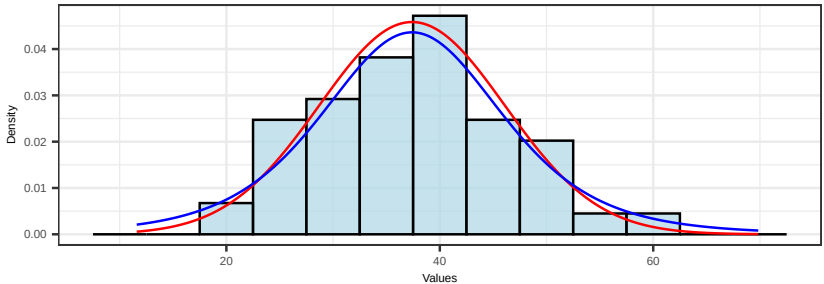


Histogramme

Goal: Calculer le **niveau de retour** atteint en moyenne tous les N ans

$$z_N = F^{\leftarrow} \left(1 - \frac{1}{12 * N} \right)$$

Histogram of NO2_max

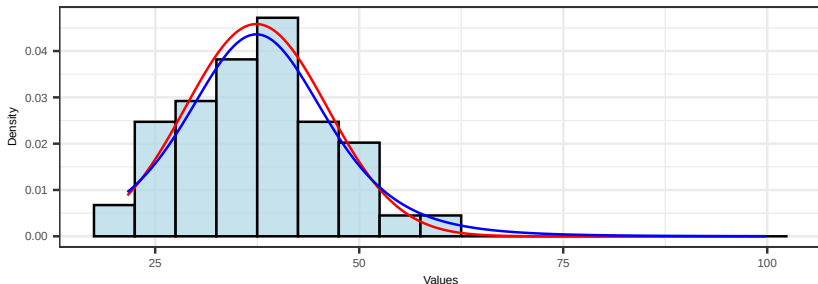


Histogramme

Goal: Calculer le **niveau de retour** atteint en moyenne tous les N ans

$$z_N = F^{\leftarrow} \left(1 - \frac{1}{12 * N} \right)$$

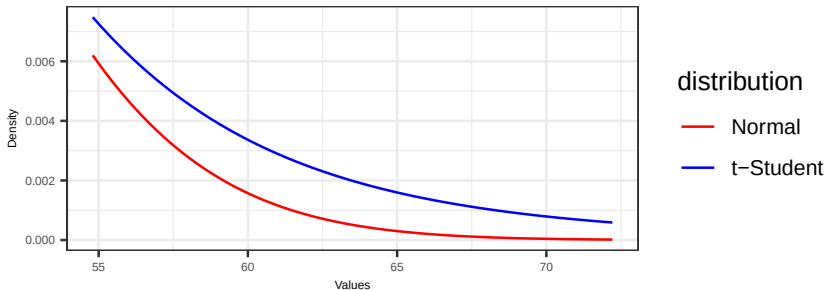
Histogram of NO2_max



Histogramme

Goal: Calculer le **niveau de retour** atteint en moyenne tous les N ans

$$z_N = \inf \left\{ z : \mathbb{P}(\text{NOmax} \leq z) \geq 1 - \frac{1}{12 * N} \right\} = F^{\leftarrow} \left(1 - \frac{1}{12 * N} \right)$$



Introduction

Soient $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ des variables aléatoires iid de loi F

Objectifs: Modéliser la queue de distribution de F afin d'estimer les quantiles $F^{\leftarrow}(1 - 1/(N \times P))$.

- Limites de l'estimation empirique de quantiles
- Identifier les domaines d'attraction de lois usuelles,
- Estimer les quantiles extrêmes à partir de la loi des extrêmes généralisée,
- Méthode par blocs et méthode POT

Quantiles

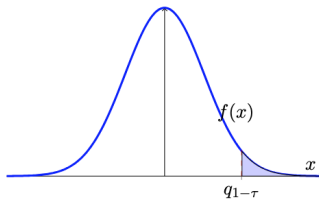


FIGURE 1.2 – Valeur de risque $q_{1-\tau}$ de la loi F avec $\tau = 0.025$

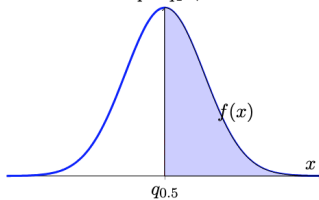


FIGURE 1.3 – Valeur de centrage donnée par la médiane de la loi F

Une première estimation des quantiles

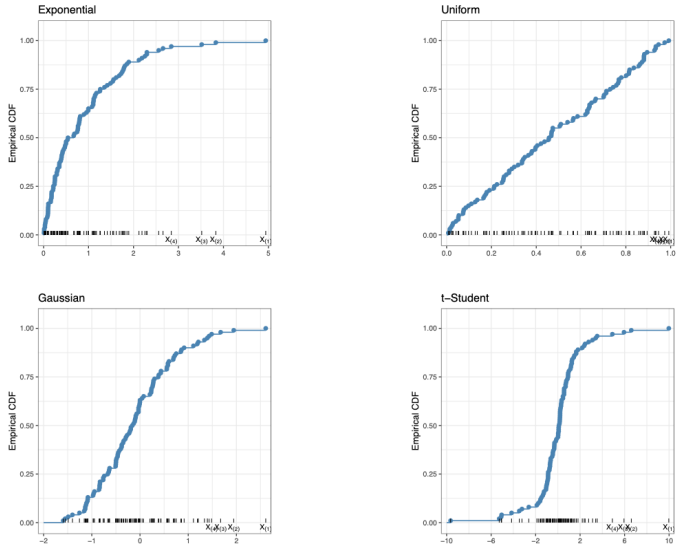
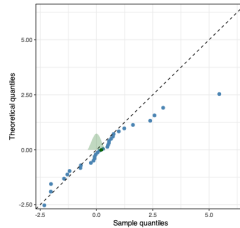
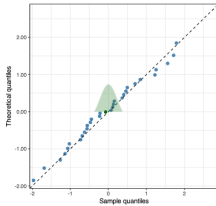


FIGURE 1.4 – Lois empiriques pour un échantillon $Y_1, \dots, Y_n$ de taille $n = 100$.

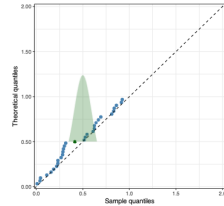
QQ-plot



(a) QQ-plot pour un échantillon de loi Student $t(4)$.
 $F \in MDA(\Phi_4)$.



(b) QQ-plot pour un échantillon
 de loi gaussienne. $\Phi \in MDA(\Lambda)$.



(c) QQ-plot pour un échantillon
 de loi $U(0, 1)$. $F \in MDA(\Psi_1)$.

Théorie des valeurs extrêmes

Goal: Calculer le **niveau de retour annuel** atteint en moyenne tous les N ans :

$$z_N = \inf \left\{ z : \mathbb{P}(\max\{Y_1, \dots, Y_m\} \leq z) \geq 1 - \frac{1}{P * N} \right\} = F^{\leftarrow} \left(1 - \frac{1}{P * N} \right)$$

où P est le nombre d'observations par an.

Challenges:

- Peu d'observations : estimation difficile $\mathbb{P}(\max\{Y_1, \dots, Y_m\} > z_N)$, as $N \rightarrow \infty$.
- Techniques standard basées sur la moyenne (TCL) inopérantes.
- Loi usuelles (Gaussian, exponentielle, t-Students, Fisher, ...) inadaptées.

Objectif :

A partir d'un échantillon $(Y_1, \dots, Y_n)$ iid de loi F estimer la loi $\max\{Y_1, \dots, Y_n\}$ donnée par F^n .

Problème :

$$\mathbb{P} \left(\max\{Y_1, \dots, Y_n\} \leq x \right) = F^n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_F \\ 1 & \text{si } x \geq x_F \end{cases} \quad (1)$$

où $x_F := \sup\{x \in \mathbb{R} : F(x) < 1\}$

Théorème fondamental: Fisher-Tipett-Gnedenko (1928)

Soit (Y_i) une suite des variables aléatoires iid. S'il existe :

- des suites $(a_n)_n > 0$, and $(b_n)_n$
- une fonction de répartition non dégénérée G

telles que

$$\frac{\max(Y_1, \dots, Y_n) - b_n}{a_n} \rightarrow G$$

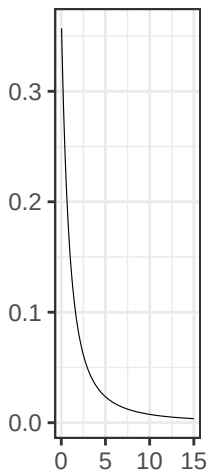
alors, G est nécessairement de l'un de trois types suivants :

- Fréchet $\Phi_\alpha(z) = \begin{cases} e^{-(\frac{z-b}{a})^{-\alpha}}, & z > b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- Weibull $\Psi_\alpha(z) = \begin{cases} e^{-(-\frac{z-b}{a})^\alpha}, & z \leq b \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$
- Gumbel $\Lambda(z) = e^{-e^{-\frac{z-b}{a}}}, z \in \mathbb{R}.$

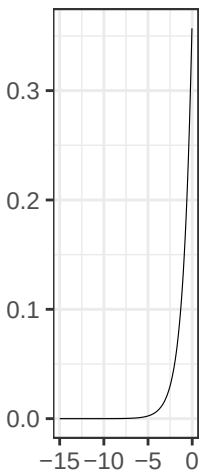
F appartient au maximum domaine d'attraction.

Domaines d'attraction limits ($\alpha = a = 1, b = 0$)

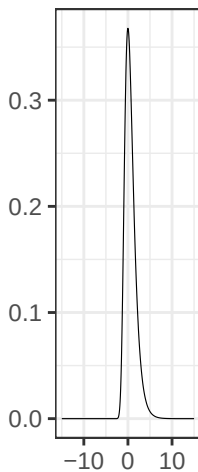
Fréchet



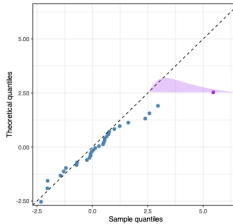
Weibull



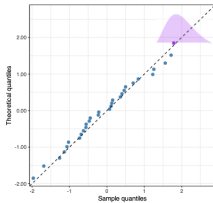
Gumbel



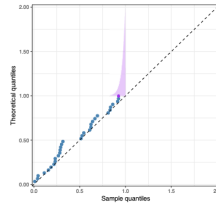
QQ-plot



(a) QQ-plot pour un échantillon de loi Student $t(4)$.
 $F \in MDA(\Phi_4)$.



(b) QQ-plot pour un échantillon de loi gaussienne. $\Phi \in MDA(\Lambda)$.



(c) QQ-plot pour un échantillon de loi $U(0, 1)$. $F \in MDA(\Psi_1)$.

GEV

Generalized extreme value (GEV) distribution

$$G_{\xi, \mu, \sigma}(z) = \begin{cases} \exp\{-[1 + \frac{\xi}{\sigma}(z - \mu)]_+^{-\frac{1}{\xi}}\} & \xi \neq 0, \\ \exp\{-\exp[-\frac{z - \mu}{\sigma}]\} & \xi = 0, \end{cases}$$

pour $\mu \in \mathbb{R}$ et $\sigma > 0$.

Lien avec les distributions précédentes ($\xi = \frac{1}{\alpha}$)

- si $\xi > 0$, Fréchet,
- si $\xi < 0$, Weibull,
- si $\xi = 0$, Gumbel,

ξ = indice extrême de la loi du maximum

Domaines d'attraction

Lois	Fonction de répartition	Domaine d'attraction
normale(0, 1)	$\int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx, x \in \mathbb{R}$	$\mathcal{D}(\Lambda)$
exponentielles(λ)	$1 - e^{-\lambda x}$	$\mathcal{D}(\Lambda), x > 0$
Log-normale	$\int_{-\infty}^{\log x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt, x > 0$	$\mathcal{D}(\Lambda)$
gamma(m, λ)	$\frac{\lambda^m}{\Gamma(m)} \int_0^x t^{m-1} e^{-\lambda u} du, x > 0, \lambda, m > 0$	$\mathcal{D}(\Lambda)$
logistique(c)	$\frac{1}{1+e^{-cx}}, c > 0$	$\mathcal{D}(\Lambda)$
Weibull(λ, τ)	$1 - e^{-\lambda x^\tau}, x > 0, \lambda, \tau > 0$	$\mathcal{D}(\Lambda)$
Pareto(α)	$1 - \frac{1}{x^\alpha}, x > 0, \alpha > 0$	$\mathcal{D}(\Phi_{\frac{1}{\alpha}})$
Fréchet(α)	$1 - e^{-x^{-\alpha}}, x > 0, \alpha > 0$	$\mathcal{D}(\Phi_\alpha)$
Log-gamma	$\int_x^{+\infty} \frac{m^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{-\lambda-1} (\log t)^{\alpha-1} dt, x > 1, m, \alpha > 0$	$\mathcal{D}(\Phi_{\frac{1}{m}})$
Cauchy	$\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x, x \in \mathbb{R}$	$\mathcal{D}(\Phi_1)$
uniforme($[0; 1]$)	$x, x \in [0; 1]$	$\mathcal{D}(\Psi_{-1})$
Beta(a, b)	$\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^x t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt, 0 < x < 1, a, b > 0$	$\mathcal{D}(\Psi_{-\frac{1}{b}})$

Table 1: Exemples de lois dans le maximum domaine d'attraction et leur domaine d'attraction.

Peaks-over-Threshold: POT

La loi des excès

$$F_u(z) = \mathbb{P}(Y_1 - u \leq z \mid Y > u)$$

Pickands Theorem $F \in \mathcal{D}(G_\xi)$ si et seulement si

$$\lim_{u \rightarrow x^*} |F_u(z) - H_{\xi, \beta(u)}(z)| = 0,$$

$x^* = \sup\{x, F(x) < 1\}$, $x > 0$, $H_{\xi, \beta}$ est loi de Pareto généralisée

$$H_{\xi, \beta}(z) = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{\xi}{\beta} z)_+^{-\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0, \\ 1 - e^{-\frac{z}{\beta}} & \xi = 0. \end{cases}$$

$$\beta(u) = \sigma + \xi(u - \mu).$$

Niveaux de retour

F dans le domaine d'attraction $\mathcal{D}(G_\xi)$

Le niveau de retour atteint en moyenne tous les N ans est donné par

$$\mathbb{P}(\text{Max}\{Y_1, \dots, Y_n\} > z_N) = \frac{1}{P * N}$$

ou P est le nombre d'observations par an.

$$(z_N - b_n)/a_n \approx G_\xi^{-1}\left(1 - \frac{1}{P * N}\right) = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi} [1 - \{-\log(1 - \frac{1}{P * N})\}]^{-\xi} & \xi \neq 0, \\ \mu - \sigma \log(-\log(1 - \frac{1}{P * N})) & \xi = 0. \end{cases}$$

Niveaux de retour

F dans le domaine d'attraction $\mathcal{D}(G_\xi)$

Le niveau de retour atteint en moyenne tous les N ans est donné par

$$\mathbb{P}(\text{Max}\{Y_1, \dots, Y_b\} > z_N) = \frac{1}{P * N}$$

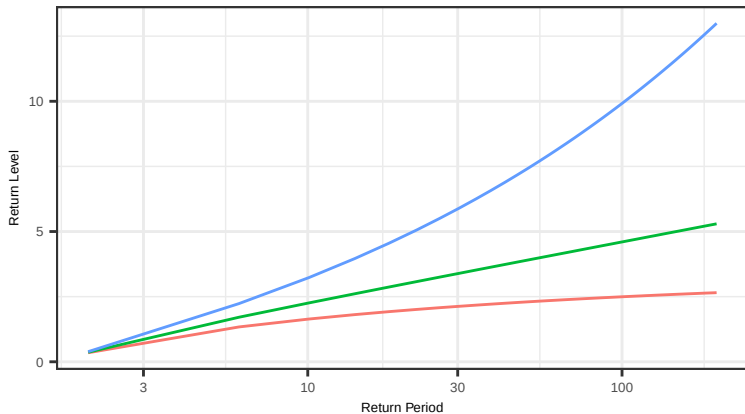
ou P est le nombre d'observations de $\text{Max}\{Y_1, \dots, Y_b\}$ par an.

$$z_N \approx b_n + a_n G_\xi^{-1}\left(1 - \frac{1}{P * N}\right)$$

Cela correspond au niveau maximal qu'on dépasse avec une probabilité de $1/(P * N)$.

Periode de retour vs niveau de retour

Tail-index (ξ) — -0.3 — 0 — 0.3



Estimation

Estimer les paramètres μ , ξ , σ afin de calculer les niveaux de retour z_N :

$$\mathbb{P}(\text{Max}\{Y_1, \dots, Y_{bn}\} > z_N) = \frac{1}{P \times N}$$

ou P est le nombre d'observations du $\text{Max}\{Y_1, \dots, Y_{bn}\}$ par an.

$$z_N \approx b_n + a_n G_{\xi}^{-1}\left(1 - \frac{1}{P * N}\right)$$

A partir d'un 'echantillon $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ de loi F

- Découper l'échantillon en m blocs de taille bn , $\{(Y_j^1)_{j=1, \dots, bn}, \dots, (Y_j^m)_{j=1, \dots, bn}\}$,
- constituer un échantillon de maxima $M_i = \max_{j=1, \dots, bn}(Y_j^i)$, $i = 1, \dots, m$
- estimer les paramètres de la loi $G_{\xi, \sigma, \mu}$ sur l'échantillon $(M_i)_i$.

Estimation

Maximum de Vraisemblance

$$(\hat{\xi}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \operatorname{Arg} \max_{\xi, \mu, \sigma} \ell(\xi, \mu, \sigma),$$

$$\ell(\xi, \mu, \sigma) = -m \log \sigma - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_i \log \left(1 + \frac{\xi}{\sigma} (m_i - \mu)\right) - \sum_i \left(1 + \frac{\xi}{\sigma} (m_i - \mu)\right)^{-\frac{1}{\xi}}$$

avec $1 + \frac{\xi}{\sigma} (m_i - \mu) > 0$.

Estimation

Maximum de Vraisemblance

$$(\hat{\xi}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \text{Arg max}_{\xi, \mu, \sigma} \ell(\xi, \mu, \sigma),$$

$$\ell(\xi, \mu, \sigma) = -m \log \sigma - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_i \log \left(1 + \frac{\xi}{\sigma} (m_i - \mu)\right) - \sum_i \left(1 + \frac{\xi}{\sigma} (m_i - \mu)\right)^{-\frac{1}{\xi}}$$

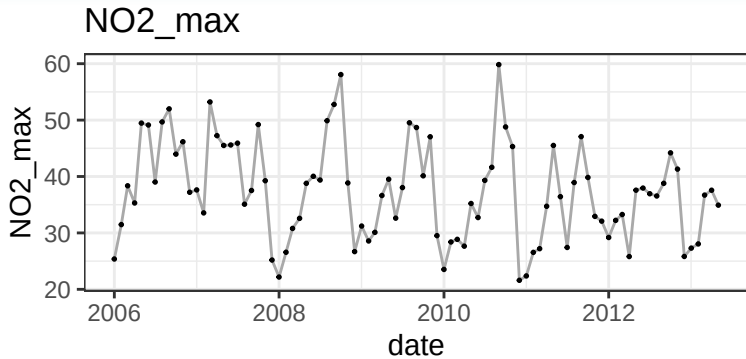
avec $1 + \frac{\xi}{\sigma} (m_i - \mu) > 0$.

Moments Pondérés

$$w_r(\mu, \sigma, \xi) = E\left(M_1 G_{\mu, \sigma, \xi}^r(M_1)\right), \quad \hat{w}_r = \frac{1}{m} \sum_i \left(\prod_{l=1}^r \frac{j-l}{m-l}\right) M_i^r$$

$$\begin{aligned} \frac{\widehat{3\xi-1}}{\widehat{2\xi-1}} &= \frac{\widehat{3w_2-w_0}}{\widehat{2w_1-w_0}} \\ \widehat{\sigma} &= \frac{2(\widehat{w_1-w_0})\widehat{\xi}}{\Gamma(1-\widehat{\xi})(\widehat{2\xi-1})} \\ \widehat{\mu} &= \widehat{w_0} + \frac{\widehat{\sigma}}{\widehat{\xi}} \left(1 - \Gamma(1-\widehat{\xi})\right) \end{aligned}$$

NO2



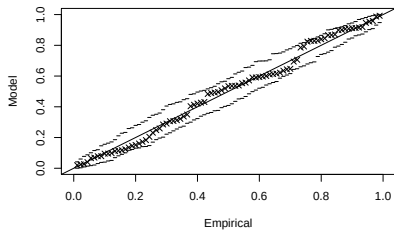
NO2

```
mod0 = evd::fgev(pollution$NO2_max)
mod0
```

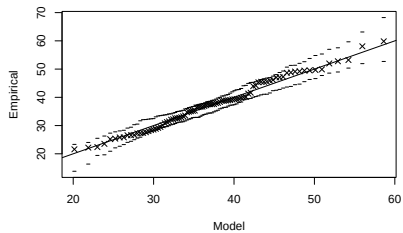
```
##
## Call: evd::fgev(x = pollution$NO2_max)
## Deviance: 633.7069
##
## Estimates
##      loc      scale      shape
## 33.9464   7.9930  -0.1791
##
## Standard Errors
##      loc      scale      shape
## 0.96194  0.69694  0.08457
##
## Optimization Information
##   Convergence: successful
##   Function Evaluations: 23
##   Gradient Evaluations: 7
```

NO2

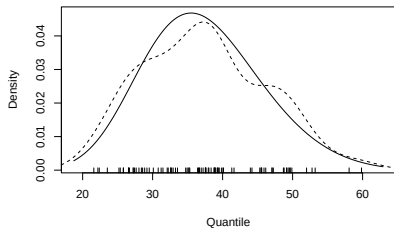
Probability Plot



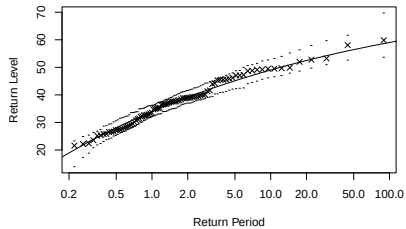
Quantile Plot



Density Plot



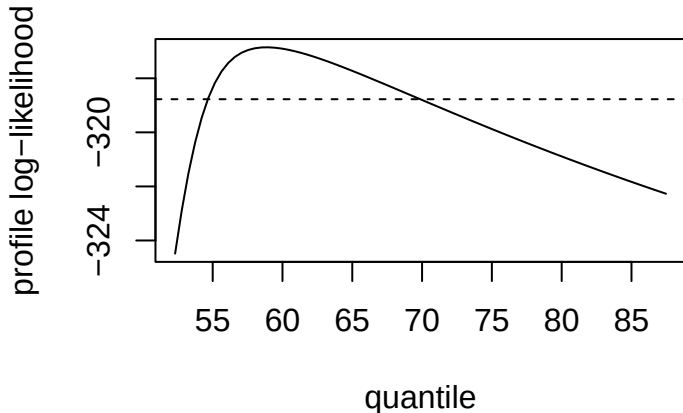
Return Level Plot



NO2

```
mod0 = evd::fgev(pollution$NO2_max,prob=1/(12*8))  
mod0.profile = profile(mod0,which="quantile")  
  
## [1] "profiling quantile"  
plot(mod0.profile)
```

Profile Log-likelihood of Quantile



Concentrations NO_2 journalières

Soient $Y_1, \dots, Y_n$ des variables aléatoires de même loi F dans $\mathcal{D}(G_\xi)$. Alors, le niveau de retour z_N pour la période de N ans est tel que

$$\mathbb{P}(Y_1 \leq z_N) = 1 - \frac{1}{P * N}$$

ou P est le nombre d'observations de Y_i dans l'année, satisfait

$$\mathbb{P}(Y_1 \leq z_N) \approx \mathbb{P}\left(\max_{1 \leq i \leq n} Y_i \leq z_N\right)^{\theta/n} \approx \left(G_\xi\left((z_N - b_n)/a_n\right)\right)^{\theta/n},$$

θ_X = indice de clustering

$$\theta_X = \begin{cases} 1 & \text{données indépendantes} \\ \in (0, 1] & \text{sinon} \end{cases}$$

Concentrations NO_2 journalières

Soient $Y_1, \dots, Y_n$ des variables aléatoires de même loi F dans $\mathcal{D}(G_\xi)$. Alors, le niveau de retour z_N pour la période de N ans est tel que

$$\mathbb{P}(Y_1 \leq z_N) = 1 - \frac{1}{P * N}$$

ou P est le nombre d'observations de Y_i dans l'année, satisfait typiquement

$$1 - \left(G_\xi \left((z_N - b_n)/a_n \right) \right)^{\theta/n} = \frac{1}{P * N}$$

Concentrations NO_2 journalières

Soient $Y_1, \dots, Y_n$ des variables aléatoires de même loi F dans $\mathcal{D}(G_\xi)$. Alors, le niveau de retour z_N pour la période de N ans est tel que

$$\mathbb{P}(Y_1 \leq z_N) = 1 - \frac{1}{P * N}$$

ou P est le nombre d'observations de Y_i dans l'année, satisfait typiquement

$$1 - \left(G_\xi \left((z_N - b_n)/a_n \right) \right)^{\theta/n} = \frac{1}{P * N}$$

$$\hat{\theta} = \frac{K_u}{N_u}$$

- K_u : nombre de clusters (données groupées) dépassant u
- N_u : nombre de données dépassant u

Niveaux de retour POT

Le niveau de retour atteint en moyenne tous les N ans est donné par

$$\mathbb{P}(Y > z_N) \approx \frac{N_u}{n} (1 - H_{\xi, \beta}(z_N - u))$$

N_u est le nombre de dépassement du seuil u dans l'échantillon.

$$z_N = \begin{cases} u + \frac{\beta}{\xi} [(\frac{1}{P * N} \frac{n}{N_u})^{-\xi} - 1] & \xi \neq 0, \\ u + \log((\frac{1}{P * N} \frac{n}{N_u})^{-\beta}) & \xi = 0. \end{cases}$$

P est le nombre d'observations dans un ans.

Estimation

Estimer les paramètres ξ, β

$$H_{\xi, \beta} \approx Y - u / Y > u \quad \text{si } u \text{ est assez grand}$$

- Fixer un niveau u assez grand à l'aide de la Mean Excess Function (MEF):
 $e(u) = \frac{\beta + \xi u}{1 - \xi}$ est linéaire en u ,
- constituer un échantillon de dépassements $(Z_1^u, \dots, Z_{N_u}^u)$, $Z_i^u > u$, $i = 1, \dots, N_u$,
- estimer les paramètres de la loi $H_{\xi, \beta}$ sur l'échantillon $(Z_i^u)_i$.

Estimation

Maximum de Vraisemblance

$$(\hat{\beta}, \hat{\xi}) = \underset{\beta, \xi}{\text{Arg max}} \ell(\beta, \xi)$$

$$\ell(\beta, \xi) = -m \log \beta - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_i \log \left(1 + \frac{\xi}{\beta} (z_i^u)\right) \xi \neq 0, \quad 1 + \frac{\xi}{\beta} z_i^u > 0$$

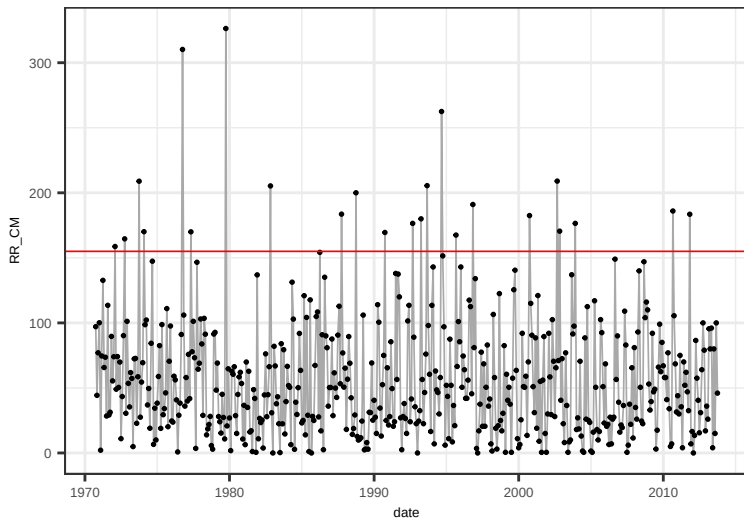
$$\ell(\beta, \xi) = -m \log \beta - \frac{1}{\beta} \sum_i z_i^u \xi = 0$$

Moments Pondérés

$$w_s(\xi, \beta) = E\left(Z\left(1 - H_{\xi, \beta}(Z)\right)^s\right), \quad \hat{w}_s = \frac{1}{m} \sum_j Z_{i,m}^u \left(1 - \frac{i}{m+1}\right)^s$$

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= \frac{\widehat{2w_1 w_0}}{\widehat{w_0 - 2w_1}} \\ \hat{\xi} &= 2 - \frac{\widehat{w_0}}{\widehat{w_0 - 2w_1}} \end{aligned}$$

Hauteurs de précipitations mensuelles



POT

```
mod1 = evd::fpot(rainfall$RR_CM, threshold = 155)
```

```
mod1
```

```
##
```

```
## Call: evd::fpot(x = rainfall$RR_CM, threshold = 155)
```

```
## Deviance: 219.2093
```

```
##
```

```
## Threshold: 155
```

```
## Number Above: 23
```

```
## Proportion Above: 0.0445
```

```
##
```

```
## Estimates
```

```
##      scale      shape
```

```
## 43.446981 -0.006052
```

```
##
```

```
## Standard Errors
```

```
##      scale      shape
```

```
## 12.9235  0.2122
```

```
##
```

```
## Optimization Information
```

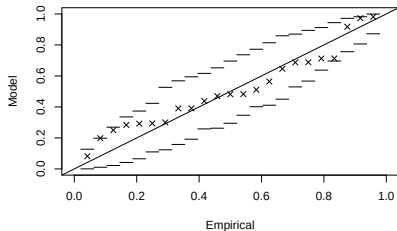
```
## Convergence: successful
```

```
## Function Evaluations: 11
```

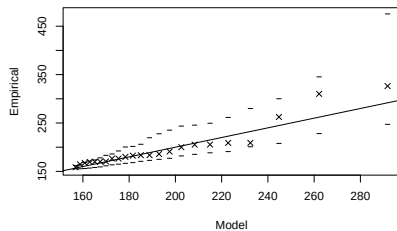
```
## Gradient Evaluations: 6
```

POT

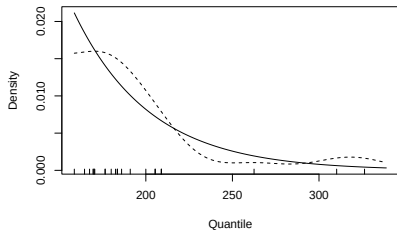
Probability Plot



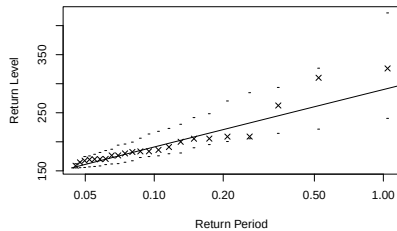
Quantile Plot



Density Plot



Return Level Plot



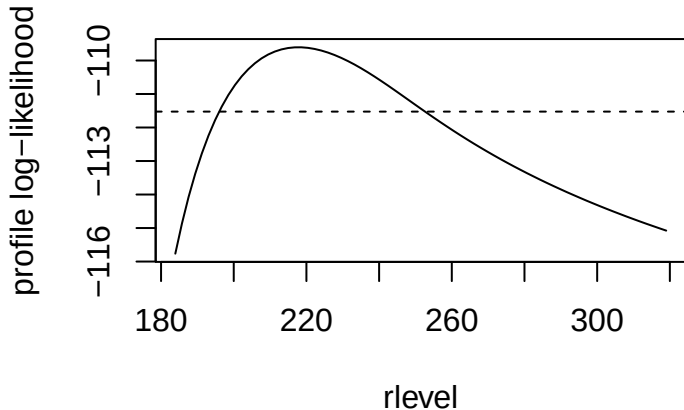
POT

```
mod1 = evd::fpot(rainfall$RR_CM, threshold = 155, npp=12, mper=8)  
mod1.profile = profile(mod1, which="rlevel")
```

```
## [1] "profiling rlevel"
```

```
plot(mod1.profile)
```

Profile Log-likelihood of Rlevel



Hauteurs de précipitations mensuelles

On peut appliquer la méthode POT sur des données $Y_1, \dots, Y_n$ de loi F dans le maximum domaine d'attraction $\mathcal{D}(G_\xi)$ qui ne sont pas nécessairement iid (eg. données journalières, horaires).

Dans ces cas, le niveau de retour atteint en moyenne tous les N ans reste inchangé

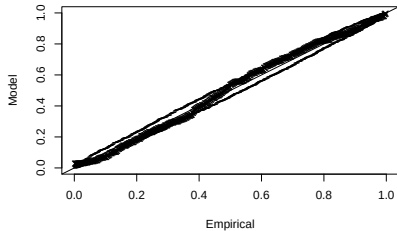
$$\mathbb{P}(Y_1 > z_N) \approx \frac{N_u}{n}(1 - G_{\xi, \beta}(z_N - u))$$

N_u est le nombre de dépassements du seuil u .

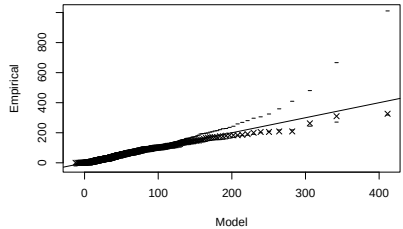
- Par rapport à l'approche GEV, on ne doit pas estimer θ pour calculer le niveau de retour.
- Les intervalles de confiance de la méthode POT doivent être adaptés si $\theta < 1$.
- Le plots diagnostiques nous permettent de décider quelle approche utiliser GEV/POT.

GEV

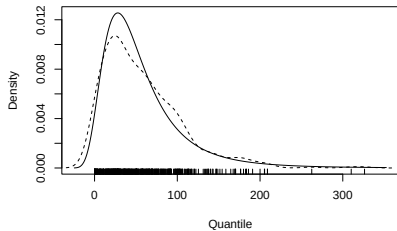
Probability Plot



Quantile Plot



Density Plot



Return Level Plot

